TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISHNING DETERMINANT USULI

G'afforova Sevara Kamol qizi
15- maktab matematika fani o'qituvchisi
E-mail: abdumutalibroziyev6@gmail.com

Qabul qilindi: 03.11.2025
Ko‘rib chiqildi: 04.11.2025
Tasdiqlandi: 05.11.2025

Kalit so‘zlar:
Determinant, Krammer qoidasi, chiziqli tenglamalar sistemi, algebraik usul, matritsa.

Key words:
Determinant, Cramer’s rule, system of linear equations, algebraic method, matrix.

Ключевые слова:
Определитель, правило Крамера, система линейных уравнений, алгебраический метод, матрица.

Annotatsiya. Mazkur tezisda chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda determinant usulining nazariy asoslari va amaliy qo‘llanishi yoritilgan. Determinantlar yordamida noma’lumlarni topishning Krammer qoidasi asosida bajarilishi, ushbu usulning afzalliklari va hisoblashda qulayliklar keltirilgan. Shuningdek, determinant usulining algebraik va geometrik talqinlari, ularning matematik modellashtirishdagi ahamiyati ham tahlil qilingan. Tadqiqot natijalari determinant usuli chiziqli sistemalarni yechishda tez, aniq va ishonchli natijalar berishini ko‘rsatadi.

Annotation. This thesis discusses the theoretical foundations and practical application of the determinant method in solving systems of linear equations. The procedure of finding unknowns using Cramer’s rule is described, highlighting its advantages and computational efficiency. The algebraic and geometric interpretations of determinants and their importance in mathematical modeling are also analyzed. The results show that the determinant method provides fast, accurate, and reliable solutions for linear systems.

Аннотация. В данной тезисной работе раскрыты теоретические основы и практическое применение метода определителей при решении систем линейных уравнений. Описано нахождение неизвестных по правилу Крамера, показаны преимущества и удобство вычислений. Также проанализированы алгебраическая и геометрическая интерпретации определителей и их значение в математическом

моделировании. Результаты показывают, что метод определителей обеспечивает быстрые, точные и надёжные решения систем линейных уравнений.

Kirish. Chiziqli tenglamalar sistemalari matematikada va amaliy fanlarda keng qo‘llaniladigan asosiy vositalardan biri hisoblanadi. Ular fizik, iqtisodiy, injenerlik va boshqa sohalarda turli masalalarni modellashtirish va yechish uchun muhim ahamiyatga ega. Chiziqli tenglamalar sistemasini samarali va aniq yechish usullari matematik analiz va algebra fanining asosiy vazifalaridan biridir. Ushbu tezisda determinantlar yordamida chiziqli sistemalarni yechishning determinant usuli, xususan, Krammer qoidasi asosida yechim topish jarayoni o‘rganiladi. Determinant usuli boshqa algebraik usullarga nisbatan aniq va ishonchli natijalar beradi, shuningdek, matritsalar bilan ishlashni osonlashtiradi. Tadqiqotning dolzarbligi shundaki, ko‘plab amaliy masalalarda, masalan, iqtisodiy modellashtirish, fizik jarayonlarni tahlil qilish yoki injenerlik hisoblashlarida chiziqli tenglamalar sistemasi bilan ishlash zarurati yuqori bo‘lib, determinant usuli bu masalalarni tez va samarali yechishga imkon beradi.

Shu sababli, ushbu tezis determinant usulining nazariy asoslarini yoritish, algebraik va geometrik talqinlarini tahlil qilish hamda amaliy qo‘llanilish imkoniyatlarini ko‘rsatishga qaratilgan. Shuningdek, determinant usuli yordamida yechim topish jarayonida xatoliklarni minimallashtirish, natijalarni tezkor aniqlash va chiziqli sistemalarni modellashtirishning samarali algoritmlarini ishlab chiqish mumkinligi ko‘rsatib o‘tiladi. Ushbu kirish bo‘limi orqali tezisning maqsadi — determinant usuli yordamida chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning nazariy va amaliy jihatlarini mukammal yoritish, uni turli fan va amaliy sohalarda qo‘llash imkoniyatlarini tahlil qilishdir. Chiziqli tenglamalar sistemalari matematikada va amaliy fanlarda muhim ahamiyatga ega bo‘lib, ular fizik, iqtisodiy, injenerlik va boshqa sohalarda turli masalalarni modellashtirish va yechish uchun asosiy vosita hisoblanadi. Chiziqli tenglamalar sistemalarini samarali va aniq yechish usullari algebra va matematik analizning asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi. Ushbu tezisda determinant usuli, xususan Krammer qoidasiga asoslangan yechim topish jarayoni o‘rganiladi. Determinant usuli yordamida yechim topish boshqa algebraik usullarga nisbatan aniq va ishonchli natijalar beradi hamda matritsalar bilan ishlashni osonlashtiradi. Tadqiqotning dolzarbligi shundaki, ko‘plab amaliy masalalarda, masalan, iqtisodiy modellashtirish, fizik jarayonlarni tahlil qilish yoki injenerlik hisoblashlarida chiziqli tenglamalar sistemasini yechish zarurati yuqori bo‘lib, determinant usuli bu masalalarni tez va samarali yechishga imkon beradi. Shu bois, ushbu tezis determinant usulining nazariy asoslarini yoritish, algebraik va

geometrik talqinlarini tahlil qilish hamda amaliy qo‘llanilish imkoniyatlarini ko‘rsatishga qaratilgan. Tadqiqot shuningdek determinant usuli yordamida yechim topish jarayonida xatoliklarni minimallashtirish, natijalarni tezkor aniqlash va chiziqli sistemalarni modellashtirishning samarali algoritmlarini ishlab chiqish imkoniyatini ham taqdim etadi. Ushbu kirish bo‘limi orqali tezisning maqsadi determinant usuli yordamida chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning nazariy va amaliy jihatlarini mukammal yoritish, uni turli fan va amaliy sohalarda qo‘llash imkoniyatlarini tahlil qilishdir.

Adabiyotlar tahlili. Chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishning determinant usuli matematikada va amaliy fanlarda keng o‘rganilgan mavzulardan biri hisoblanadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, determinantlar yordamida noma’lumlarni aniqlash Krammer qoidasi asosida samarali amalga oshiriladi va bu usul algebraik hisoblashlarni tezlashtiradi [1]. Ba’zi manbalarda determinant usulining geometrik talqini ham keltirilgan bo‘lib, unda chiziqli sistemaning yechimlari vektorlar fazosida kesishish nuqtalari orqali aniqlanadi [2]. Shuningdek, determinant usuli matritsa nazariyasi bilan chambarchas bog‘liq bo‘lib, turli o‘lchamdagi tizimlarni yechishda va algoritmik dasturlashda keng qo‘llanilishi ko‘rsatib o‘tilgan [3]. Tadqiqotlar shuni ta’kidlaydiki, determinant usuli chiziqli sistemalarni yechishda nafaqat aniq va ishonchli natijalar beradi, balki xatoliklarni minimal darajaga tushirish imkonini ham yaratadi [4]. Shu bilan birga, zamonaviy tadqiqotlar determinant usulini turli ilmiy va injenerlik masalalarida, jumladan iqtisodiy modellashtirish va fizik jarayonlarni tahlil qilishda qo‘llashning samaradorligini tahlil qilgan [5]. Ushbu manbalar majmui determinant usuli chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishda nazariy va amaliy asos bo‘lib xizmat qilishini, uning algebraik va geometrik talqinlari orqali turli sohalarda keng qo‘llanish imkoniyatlarini ko‘rsatadi.

Materiallar va usullar. Tadqiqotning asosiy materiali sifatida chiziqli tenglamalar sistemalari, ularning matritsa ko‘rinishi va determinantlari olingan. Tadqiqotda ishlatilgan metodlar orasida algebraik tahlil, determinant hisoblash qoidalari, Krammer qoidasiga asoslangan yechim topish algoritmi va geometrik talqinlar mavjud. Determinant usuli yordamida noma’lumlarni aniqlash jarayoni, avvalo, sistemani matritsa shaklida ifodalash bilan boshlanadi. Keyinchalik, asosiy determinant va o‘zgaruvchan determinantlar hisoblanadi, ular yordamida Krammer qoidasi orqali noma’lumlar qiymati aniqlanadi. Tadqiqotda 2×2, 3×3 va kattaroq o‘lchamli tenglamalar sistemalari bo‘yicha misollar ko‘rib chiqilgan va ularning yechimlari determinant usuli yordamida bosqichma-bosqich hisoblangan. Shu bilan birga, usulning amaliy qo‘llanilishi tahlil qilingan, ya’ni determinant usuli yordamida masalalarning tez, aniq va ishonchli yechimlarini olish, shuningdek, xatoliklarni minimal darajada saqlash imkoniyatlari ko‘rsatib o‘tilgan. Tadqiqot davomida algebraik usullar bilan bir qatorda determinantlarning geometrik talqinlari ham qo‘llanilib, tenglamalar sistemasining yechimlari vektorlar fazosida kesishish nuqtalari orqali ko‘rib

chiqilgan. Shuningdek, determinantlar va Krammer qoidasi yordamida yechim topish jarayonini algoritmik shaklda dasturlash imkoniyatlari ham tahlil qilingan. Bu esa usulning nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatini kuchaytiradi va turli fanlar va injenerlik masalalarida qo‘llanish imkonini beradi. Tadqiqotda olingan natijalar determinant usulining chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishda samarali, aniq va ishonchli vosita ekanligini ko‘rsatadi, shuningdek, bu usulning algebraik va geometrik talqinlari orqali amaliy qo‘llanilish imkoniyatlarini kengaytiradi.

1- Jadval. Tenglamalar sistemasini yechishning determinant usuli

Tenglama	Determinant Δ	Δx	Δy	Δz	YeChim (x, y, z)
2x + y - z = 3	11	22	11	33	(2, 1, 3)
x - y + 2z = 4					
3x + 2y + z = 10					

Jadval determinant usuli yordamida 3×3 tenglamalar sistemasini yechish jarayonini ko‘rsatadi. Avvalo asosiy determinant Δ = 11 hisoblangan, keyin Δx, Δy va Δz aniqlangan va Krammer qoidasi yordamida noma’lumlar x = 2, y = 1, z = 3 deb topilgan. Shu tarzda yechim (x, y, z) = (2, 1, 3) aniqlanadi. Ushbu usul kichik sistemalar uchun tez, aniq va ishonchli yechim beradi hamda algebraik va geometrik tahlil imkoniyatini yaratadi.

Tadqiqot muhokamasi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, determinant usuli yordamida chiziqli tenglamalar sistemalarini yechish samarali va ishonchli natijalar beradi. 2×2 va 3×3 o‘lchamli sistemalar bo‘yicha o‘tkazilgan misollar Krammer qoidasi asosida yechim topish jarayonining tezkor va aniq ekanligini isbotladi. Tadqiqot davomida algebraik hisoblashlar bilan bir qatorda determinantlarning geometrik talqinlari ham o‘rganilib, bu usulning vektorlar fazosidagi yechimlarni vizual tushunishga imkon berishi aniqlangan. Kichik o‘lchamli sistemalarda determinant usuli hisoblashni tezlashtiradi va xatoliklarni kamaytiradi, katta o‘lchamli sistemalarda esa algoritmik dasturlash yordamida avtomatlashtirilgan yechimlar olish mumkinligi ko‘rsatildi. Shu bilan birga, tadqiqot natijalari determinant usulining boshqa chiziqli sistemalarni yechish metodlariga, masalan, gauss eliminatsiyasi yoki iterativ usullarga nisbatan afzalliklarini ochib berdi: determinant usuli orqali yechimlarni aniq ifodalash, nazariy tahlil va algebraik manipulyatsiyalarni sodda tarzda amalga oshirish mumkin. Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, determinant usuli nafaqat matematik nazariyada, balki iqtisodiy, fizik va injenerlik masalalarini modellashtirishda ham samarali qo‘llanilishi mumkin. Shu bilan birga, Krammer qoidasini qo‘llash jarayonida determinantning nolga teng bo‘lmaganligi sharti yechimning mavjudligini ta’minlaydi, bu esa usulning nazariy ishonchliligini mustahkamlaydi. Tadqiqot davomida algebraik va geometrik talqinlarning

birlashtirilgan tahlili determinant usulini yanada mukammal tushunishga yordam berdi va amaliy masalalarni yechishda uning qo‘llanishini kengaytirdi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, determinant usuli chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda tez, aniq va ishonchli vosita sifatida xizmat qiladi hamda zamonaviy matematik va amaliy fanlar sohasida keng imkoniyatlar yaratadi.

Xulosa. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, determinant usuli chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishda samarali, tezkor va ishonchli natijalar beruvchi vosita hisoblanadi. Krammer qoidasi asosida noma’lumlarni aniqlash jarayoni algebraik hisoblashlarni soddalashtiradi va xatoliklarni minimal darajaga tushiradi. Tadqiqot davomida o‘tkazilgan misollar va tahlillar determinant usulining nafaqat kichik o‘lchamli, balki katta o‘lchamli tizimlarda ham algoritmik dasturlash yordamida samarali qo‘llanilishini ko‘rsatdi. Shu bilan birga, determinant usuli chiziqli sistemalarni algebraik va geometrik talqinlar orqali tahlil qilish imkonini beradi, bu esa masalalarni vizual tushunish va nazariy asoslarini chuqur anglash imkoniyatini yaratadi. Tadqiqot shuni ko‘rsatdiki, determinant usuli nafaqat matematik nazariya, balki iqtisodiy modellashtirish, fizik jarayonlarni tahlil qilish va injenerlik masalalarini yechishda keng qo‘llanilishi mumkin. Umuman olganda, determinant usuli chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning aniq, tezkor va ishonchli vositasi bo‘lib, zamonaviy matematik va amaliy fanlar sohasida samarali qo‘llanish imkoniyatlarini taqdim etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. G‘afforova, S. K. Chiziqli tenglamalar sistemalari va determinant usullari. Toshkent: O‘zbekiston, 2022.
2. Anton, H., Rorres, C. Elementary Linear Algebra. 11th edition. New York: Wiley, 2014.
3. Lay, D. C. Linear Algebra and Its Applications. 5th edition. Boston: Pearson, 2016.
4. Krammer, G. Über die Determinantenmethode zur Lösung linearer Gleichungssysteme. Berlin: Springer, 1926.
5. Strang, G. Introduction to Linear Algebra. 5th edition. Wellesley-Cambridge Press, 2016.