TENGLAMALAR VA TENGSIZLIKLARNI YECHISHNING ZAMONAVIY METODLARI

G'afforova Sevara Kamol qizi
15- maktab matematika fani o'qituvchisi
E-mail: abdumutalibroziyev6@gmail.com

Qabul qilindi: 03.11.2025
Ko‘rib chiqildi: 04.11.2025
Tasdiqlandi: 05.11.2025

Kalit so‘zlar:
Tenglamalar, tengsizliklar, analitik metodlar, raqamli metodlar, kompyuter yechimlari, algebraik va differensial tenglamalar

Key words:
Equations, inequalities, analytical methods, numerical methods, computer-based solutions, algebraic and differential equations

Ключевые слов:
Уравнения, неравенства, аналитические методы, численные методы, компьютерные решения, алгебраические и дифференциальные уравнения.

Annotatsiya. Ushbu tezis zamonaviy matematik metodlar yordamida tenglamalar va tengsizliklarni yechishning nazariy va amaliy jihatlarini o‘rganishga qaratilgan. Tadqiqotda analitik, raqamli va kompyuter asosidagi metodlar tahlil qilinib, ularning samaradorligi va qo‘llanish sohalari aniqlangan. Zamonaviy metodlar yordamida murakkab algebraik, differensial va integral tenglamalarni, shuningdek chiziqli va chiziqli bo‘lmagan tengsizliklarni yechish imkoniyatlari o‘rganilgan. Tadqiqot natijalari nazariy matematik bilimlarni mustahkamlash va amaliy masalalarni, xususan ilmiy hisoblash, muhandislik va iqtisodiyot sohalarida yechimlarni samarali topish uchun qo‘llanishi mumkinligini ko‘rsatadi.

Annotation. This thesis focuses on the theoretical and practical aspects of solving equations and inequalities using modern mathematical methods. The study analyzes analytical, numerical, and computer-based techniques, evaluating their efficiency and application areas. Modern methods for solving complex algebraic, differential, and integral equations, as well as linear and nonlinear inequalities, are examined. The results demonstrate that these methods can be effectively applied to strengthen theoretical mathematical knowledge and solve practical problems in scientific computing, engineering, and economics.

Аннотация. Данная диссертация посвящена теоретическим и практическим аспектам решения уравнений и неравенств с использованием современных математических методов. В исследовании

анализируются аналитические, численные и компьютерные методы, оценивается их эффективность и сферы применения. Рассматриваются современные методы решения сложных алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений, а также линейных и нелинейных неравенств. Результаты показывают, что эти методы могут эффективно использоваться для укрепления теоретических знаний по математике и решения практических задач в научных вычислениях, инженерии и экономике.

Kirish. Tenglamalar va tengsizliklarni o‘rganish matematikaning asosiy yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, nazariy tahlil va amaliy qo‘llanmalar uchun mustahkam poydevor yaratadi. Ular muhandislik, fizika, iqtisodiyot, kompyuter fanlari va boshqa sohalarda keng qo‘llaniladi. So‘nggi yillarda chiziqli va chiziqli bo‘lmagan tenglamalar, algebraik va differensial tenglamalar, shuningdek integral va funksional tenglamalarni yechishning turli metodlari ishlab chiqilgan bo‘lib, har bir metod masala tabiati va murakkabligiga qarab o‘zining afzalliklarini taqdim etadi. Zamonaviy matematik yondashuvlar klassik analitik metodlarni raqamli va kompyuter asosidagi metodlar bilan birlashtirib, an’anaviy usullar bilan yechilmaydigan murakkab masalalarni samarali va aniqlik bilan hal qilish imkonini beradi. Analitik metodlar aniq yechimlar berib, tenglamalarning struktura xususiyatlarini chuqur tahlil qilish imkonini beradi, raqamli metodlar esa iterativ algoritmlar va hisoblash vositalari yordamida taxminiy yechimlarni topishga xizmat qiladi, bu esa ba’zan aniq yechimni olishning imkoni bo‘lmagan yoki amaliy jihatdan qiyin bo‘lgan masalalar uchun muhimdir. Kompyuter asosidagi metodlar esa hisoblash tezligini oshirib, real jarayonlarni simulyatsiya qilish, modellashtirish va murakkab tizimlarni tahlil qilish imkonini yaratadi. Shu bois, zamonaviy metodlarning samaradorligi, chegaralari va qo‘llanish sohalarini tushunish matematik tadqiqotlarni rivojlantirish, muammoni yechish strategiyalarini optimallashtirish va ularni turli fan sohalarida amaliy qo‘llash uchun muhim ahamiyatga ega.

Adabiyotlar tahlili. Tenglamalar va tengsizliklarni yechish matematik fan va amaliy hisoblashning asosiy elementlaridan biri hisoblanadi. An’anaviy algebraik usullar ko‘p hollarda cheklangan samaradorlikka ega bo‘lib, murakkab tizimlarda va katta o‘lchamli muammolarda yechim topishda qiyinchilik

tug‘diradi. Shu sababli, so‘nggi yillarda tenglamalar va tengsizliklarni yechishning zamonaviy metodlariga katta e’tibor qaratilmoqda. [1] manbada lineer va no-linear tenglamalar tizimlarini yechishda raqamli usullarning ahamiyati va MATLAB, Mathematica kabi dasturiy paketlardan foydalanish imkoniyatlari tahlil qilingan. Ushbu usullar an’anaviy qo‘l usullariga nisbatan tezroq va ishonchli yechimlar beradi, ayniqsa yuqori o‘lchovli matritsalar bilan ishlashda samarali. [2] manbada iterative (takroriy) metodlar, xususan, Newton-Raphson, Jacobi va Gauss-Seidel algoritmlari keng ko‘lamda ko‘rib chiqilgan bo‘lib, ular no-linear tenglamalar va murakkab tizimlar uchun qulay yechim strategiyasi sifatida tavsiya qilingan. Ushbu tadqiqotda har bir metodning konvergentsiya shartlari, xatolik tahlili va hisoblash resurslaridan samarali foydalanish masalalari ham ko‘rib chiqilgan. [3] manbada esa optimizatsiya usullari va sun’iy intellekt yondashuvlari yordamida tengsizliklarni yechish masalalari o‘rganilgan. Masalan, genetik algoritmlar, zarracha silliqlash usullari va neyron tarmoqlar murakkab no-linear tengsizliklar va cheklovli tizimlar uchun mos yechimlarni topishda muvaffaqiyatli qo‘llanilishi ta’kidlangan. [4] manbada symbolic computing (simvolik hisoblash) texnologiyalari, xususan, Wolfram Mathematica va Maple dasturlarida tenglamalar va tengsizliklarni analitik va yarim-analitik usullar bilan yechishning afzalliklari tahlil qilingan. Bu yondashuvlar orqali ko‘p hollarda aniq formulalar yoki parametric yechimlar olish mumkin bo‘lib, ularni avtomatlashtirish va katta hajmdagi ma’lumotlar bilan ishlash imkoniyati mavjudligi qayd etilgan. [5] manbada esa hybryd yondashuvlar, ya’ni raqamli va simvolik usullarni birlashtirish orqali tenglamalar va tengsizliklarni yechish samaradorligini oshirishga qaratilgan tadqiqotlar keltirilgan.

Materiallar va usullar. Tadqiqot jarayonida tenglamalar va tengsizliklarni yechishning zamonaviy metodlarini o‘rganish uchun bir qator dasturiy va matematik vositalardan foydalanildi. Asosiy material sifatida MATLAB, Mathematica, Maple kabi dasturiy paketlar tanlandi, chunki ular nafaqat analitik, balki raqamli yechimlarni topishda keng imkoniyatlarni taqdim etadi. Shuningdek, iterative metodlar – Newton-Raphson, Jacobi va Gauss-Seidel algoritmlari tanlandi, ular no-linear va lineer tenglamalar tizimlarini yechishda qulay va samarali hisoblanadi. Tadqiqot davomida har bir metodning konvergentsiya shartlari, xatolik darajasi va hisoblash samaradorligi tahlil qilindi, bu esa yechim sifatini baholashda asosiy ko‘rsatkich sifatida ishlatildi. Shuningdek, optimizatsiya yondashuvlari, genetik algoritmlar, zarracha silliqlash usullari va neyron tarmoqlar qo‘llanilib, murakkab tengsizliklar va cheklovli tizimlarda yechim topish tajribasi amalga oshirildi. Tadqiqotda simvolik hisoblash imkoniyatlari ham keng qo‘llanilib, parametrik va analitik yechimlarni aniqlash orqali murakkab tizimlarning xatti-harakatlarini kuzatish imkoniyati yaratildi. Bundan tashqari, hybrid yondashuvlar, ya’ni raqamli va simvolik usullarni birlashtirish orqali yechim tezligi va aniqligi oshirildi, bu esa real

hayotiy masalalarda, jumladan muhandislik, iqtisodiyot va fizika sohalarida keng qo‘llash imkonini berdi. Tadqiqotda barcha metodlar va dasturiy vositalar eksperimental tarzda sinovdan o‘tkazilib, ularning afzalliklari va cheklovlari, xususan, hisoblash resurslariga bo‘lgan talab, algoritmlarning konvergentsiya shartlari va murakkab tizimlarda parametrlarni sozlashdagi qiyinchiliklar aniqlangan. Shu bilan birga, tadqiqotning metodologik asosini zamonaviy kompyuter texnologiyalari va algoritmik yondashuvlar tashkil etdi, bu esa matematik modellashtirish va ilmiy hisoblash jarayonlarini optimallashtirishga xizmat qildi.

1- Jadval.Tenglamalar va tengsizliklarni yechishning zamonaviy metodlari

Metod nomi	Tavsifi	Afzalliklari	Cheklovlari	Qo‘llanish sohalari
Newton-Raphson	Iterativeno-linear tenglamalarni yechish algoritmi	Yuqori konvergentsiya tezligi, aniqlik	Dastlabki taxminlarga bog‘liq, lokal ekstremumga tushish xavfi	Matematik modellashtirish, muhandislik hisoblashlari
Jacobi	Lineer tenglamalar tizimini takroriy yechish usuli	Oddiy va parallelizatsiyaga mos	Sezilarli darajada sekin konvergentsiya, katta tizimlarda ko‘p iteratsiya talab qiladi	Matematik hisoblash, ilmiy tadqiqotlar
Gauss-Seidel	Iterativelineer tenglamalar tizimini yechish	Konvergentsiya tezroq, xotira samarali ishlatiladi	Ba’zi tizimlarda konvergentsiya kafolatlanmagan	Muhandislik, fizika modellari
Genetik algoritmlar	Optimizatsiya va murakkab tengsizliklar yechimi	Global optimal yechim, cheklovli tizimlarga mos	Hisoblash resurslari talab qiladi, parametr sozlash murakkab	Optimizatsiya, iqtisodiyot, muhandislik

Metod nomi	Tavsifi	Afzalliklari	Cheklovlari	Qo‘llanish sohalari
Simvolik hisoblash (Mathematica/Maple)	Analitik va yarim-analitik yechimlarni topish	Aniq formulalar, parametrik yechimlar	Katta tizimlarda resurs talab qiladi	Matematik modellashtirish, ilmiy tadqiqotlar

Ushbu jadval zamonaviy tenglamalar va tengsizliklarni yechish metodlarini tizimli tarzda ko‘rsatadi. Har bir metodning tavsifi, afzalliklari, cheklovlari va qo‘llanish sohalari keltirilgan. Jadval orqali iterative metodlar (Newton-Raphson, Jacobi, Gauss-Seidel) va optimizatsion algoritmlarning samaradorligi, shuningdek, simvolik hisoblash usullarining afzalliklari va cheklovlari tushuntiriladi. Newton-Raphson metodi no-linear tenglamalarni yechishda yuqori konvergentsiya tezligi va aniqlikni ta’minlaydi, biroq dastlabki taxminlarga bog‘liqligi va lokal ekstremumga tushish xavfi mavjud. Jacobi va Gauss-Seidel algoritmlari lineer tizimlarda samarali ishlaydi, ammo Jacobi metodida konvergentsiya sekin, Gauss-Seidel metodida esa ba’zi tizimlarda konvergentsiya kafolatlanmagan. Genetik algoritmlar va boshqa optimizatsion yondashuvlar global optimal yechimlarni topishga yordam beradi, murakkab cheklovli tizimlarda qo‘llanish imkonini beradi, ammo hisoblash resurslari talab qilinadi. Simvolik hisoblash usullari analitik va parametrik yechimlarni olish imkonini beradi, katta tizimlarda resurs talab qilishi esa cheklov sifatida qayd etilgan. Jadval tadqiqot natijalarini bir qarashda tushunishga yordam beradi va murakkab tizimlarni yechishda eng mos metodni tanlashda yo‘l-yo‘riq beradi.

Tadqiqot muhokamasi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, zamonaviy raqamli va simvolik metodlar an’anaviy algebraik usullarga nisbatan tenglamalar va tengsizliklarni yechishda sezilarli ustunlikka ega. MATLAB, Mathematica va Maple kabi dasturiy paketlarda lineer va no-linear tizimlar bo‘yicha yechimlarni aniqlash jarayoni tezlashadi, shuningdek, hisoblashdagi xatoliklar minimal darajaga tushiriladi. Iterative metodlar, xususan, Newton-Raphson va Gauss-Seidel algoritmlari, murakkab no-linear tizimlarda yuqori konvergentsiya tezligini ta’minlab, yechim sifatini oshiradi, biroq parametrlarni dastlabki taxminlar asosida sozlash muhim ahamiyatga ega ekanligi aniqlangan. Tadqiqot davomida optimizatsiya yondashuvlari, genetik algoritmlar va zarracha silliqlash usullari no-linear tengsizliklar tizimida samarali ishlashini ko‘rsatdi, ular murakkab cheklovlar bilan ishlash imkonini beradi va lokal ekstremumlarga tushib qolish xavfini kamaytiradi. Shuningdek, sun’iy neyron tarmoqlar yordamida parametrik va approximativ yechimlarni topish orqali tizimning xatti-harakatlarini aniqlash va oldindan bashorat qilish mumkinligi ta’kidlandi. Simvolik hisoblash orqali esa analitik yechimlarni olish imkoniyati mavjudligi natijasida murakkab tizimlarda parametrlar o‘zgarishining tizim yechimlariga

ta'siri aniqlandi va bu matematik modellashtirishda katta qulaylik yaratdi. Tadqiqot jarayonida hybrid yondashuvlar qo'llanilib, raqamli va simvolik metodlarni birlashtirish orqali yechim tezligi oshirildi va xatolik darajasi kamaytirildi, bu esa murakkab tizimlar, jumladan muhandislik va iqtisodiy modellashtirish sohalarida samarali qo'llanishiga imkon berdi.

Xulosa. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, zamonaviy raqamli va simvolik metodlar an'anaviy algebraik yondashuvlarga nisbatan tenglamalar va tengsizliklarni yechishda yuqori samaradorlikka ega bo'lib, murakkab tizimlar va no-linear masalalarda tez va ishonchli yechimlarni ta'minlaydi. MATLAB, Mathematica va Maple kabi dasturiy paketlar orqali analitik, yarim-analitik va raqamli usullarni qo'llash imkoniyati mavjud bo'lib, iterative metodlar (Newton-Raphson, Jacobi, Gauss-Seidel) murakkab tizimlarda konvergentsiya tezligini oshiradi, optimizatsion algoritmlar va sun'iy intellekt yondashuvlari esa no-linear tengsizliklar va cheklovli tizimlarda samarali yechimlarni topishga yordam beradi. Simvolik hisoblash orqali parametrik va aniq formulalar asosida yechimlarni olish, hybrid yondashuvlar orqali raqamli va simvolik metodlarni birlashtirish esa yechim sifatini oshirish va xatoliklarni kamaytirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Tadqiqot davomida aniqlangan asosiy xulosa shuki, zamonaviy metodlar nafaqat hisoblash tezligi va aniqlikni oshiradi, balki real hayotiy masalalarni, jumladan muhandislik, iqtisodiyot va fizika sohalaridagi murakkab tizimlarni modellashtirishda yangi imkoniyatlarni yaratadi. Shu bilan birga, barcha metodlarning o'z cheklovlari mavjudligi, xususan hisoblash resurslariga bo'lgan talab va algoritmlarning boshlang'ich parametrlar va konvergentsiya shartlariga bog'liqligi hisobga olinishi zarur. Umuman olganda, tadqiqot shuni ko'rsatdiki, tenglamalar va tengsizliklarni yechishning zamonaviy metodlari matematik modellashtirish, ilmiy hisoblashlar va amaliy tadqiqotlar uchun muhim vosita bo'lib, ularning integratsiyalashgan qo'llanilishi hisoblash samaradorligini sezilarli darajada oshiradi va ilmiy hamda amaliy muammolarni hal qilishda yangi imkoniyatlar yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2013). Matrix Computations (4th ed.). Johns Hopkins University Press.
2. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Numerical Analysis (9th ed.). Brooks/Cole.
3. Holland, J. H. (1992). Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. MIT Press.
4. Wolfram, S. (2003). The Mathematica Book (5th ed.). Wolfram Media.
5. Allgower, E. L., & Georg, K. (1990). Numerical Continuation Methods: An Introduction. Springer-Verlag.