R^2 DA YUQORI DARAJALI OPERATORLAR VA GIBBS O‘LCHOVLARI

Haydarova Sh.H.
Qarshi davlat universiteti,
E-mail: haydarovashahnoza4@gmail.com

Received: 03.11.2025
Revised: 04.11.2025
Accepted: 05.11.2025

Annotatsiya. Ushbu ishda ikkinchi tartibli Keli daraxtida aniqlangan spin qiymatlari kotinuum to‘plamdan olingan model uchun translatsion-invariant Gibbs o‘lchovlari soni o‘rganilgan.

Hozirgi kunda statistik mexanikada uchraydigan modellar uchun Gibbs o‘lchovlarini o‘rganishga doir tadqiqotlarx olimlar tomonidan katta qiziqish bilan o‘rganilib kelinmoqda. Bu kabi masalalarda asosiy e’tibor *k*-tartibli Γ_k ($k \in$) Keli daraxtida berilgan modellar uchun Gibbs o‘lchovlari soni hamda fazaviy o‘tishlarni o‘rganishga qaratiladi. [1-3] ishlarda birinchi bo‘lib nochiziqli integral operatorlarning qo‘zg‘almas nuqtalari, spin qiymatlari kontinuum quvvatli to‘plamdan olingan modellar uchun Gibbs o‘lchovlarini topishda muhim rol o‘ynashi isbotlandi. Shuningdek ba’zi bu kabi modellar uchun translatsion-invariant Gibbs o‘lchovlarini o‘rganish masalasi ^{2} da nochiziqli *k*-darajali operatorlarning trivial bo‘lmagan musbat qo‘zg‘almas nuqtalarini tadqiq etish masalasiga keltirildi.

Aytaylik, $k-$tartibli $\Gamma_k = (V, L)$ Keli daraxti berilgan bo‘lsin. Bu bir jinsli va siklsiz cheksiz graf bo‘lib, uning har bir uchidan aynan $k+1$ ta shox (qirra) chiqadi. Bu yerda V grafning uchlari, L esa qirralari to‘plami. x va y uchlarini tutashtiruvchi yagona $l \in L$ qirra mavjud bo‘lsa, u holda ular yaqin qo‘shnilar deyiladi hamda $l = \langle x, y \rangle$ ko‘rinishida belgilanadi.

Agar x^0 dan y ga o‘tuvchi yo‘lak x orqali o‘tsa, u holda $x < y$ kabi belgilanadi. Agar $y > x$ va x, y qo‘shni uchlari bo‘lsa, y uchi, x uchining “keyingi avlodi” deyiladi. x uchning barcha keyingi avlodlari to‘plami $S(x)$ kabi belgilanadi hamda $x \in W_n$ uchun quyidagicha aniqlanadi:

$$S(x) = \{ y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1 \}.$$

Agar x uchining keyingi avlodlari to‘plami $S(x)$ bo‘lsa, u holda barcha x^0 dan farqli $x \in V$ uchlari uchun $|S(x)| = k$ va $|S(x^0)| = k+1$ munosabat o‘rinli bo‘ladi.

Biz spin qiymatlari [0,1] to‘plamdagi qiymatlarni qabul qiluvchi va Γ_k daraxtning uchlariga mos qo‘yiluvchi modelni qaraymiz. Ixtiyoriy $A \subset V$ to‘plam uchun σ_A konfiguratsiya deb $\sigma_A : A \to [0,\ 1]$ shartni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy funksiyaga aytamiz. A to‘plamda aniqlangan barcha konfiguratsiyalar to‘plamini $\Omega_A = [0,1]^A$ orqali belgilaymiz. Mos ravishda $x \in V \mapsto \sigma(x) \in [0,\ 1]$ shartni qanoatlantiradigan ixtiyoriy funksiya yordamida V to‘plamda σ konfiguratsiyani aniqlaymiz hamda V da aniqlangan barcha konfiguratsiyalar to‘plamini $[0,\ 1]^V$ kabi belgilaymiz. Γ_k Keli daraxtida quyidagi modelni (gamiltonian) quyidagicha aniqlaymiz :

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x,y \rangle \in L} \ln\left(\phi(u)\psi(t) + 1\right), \qquad (1)$$

bu yerda $J \in \square$, $\{0\}$, $\beta = \frac{1}{T}$, $T > 0$ tempratura, $\phi(t)$ va $\psi(t)$ funksiyalar esa $C[0,1]$ da aniqlangan qatiiy musbat qiymatlarni qabul qiluvchi o‘zaro chiziqli erkli funksiyalardir.

[] ishda Γ_k ($k \in \square$) Keli daraxtida berilgan (1) ko‘rinishdagi modellar uchun translatsion-invariant Gibbs o‘lchovi mavjudligi isbotlangan.

Teorema. *Agar (1) model funksiyasi uchun*

$$|\phi(t)| > \frac{1}{2},\ (\forall t \in [0,1])$$

shart bajarilsa, u holda (1) model uchun ikkinchi tartibli Γ_2 Keli daraxtida yagona translatsion-invariant Gibbs o‘lchoviga ega bo‘ladi.

Natija. *Agar (1) model funksiyasi uchun*

$$|\phi(t)| < \frac{1}{2},\ (\forall t \in [0,1])$$

shart bajarilsa, u holda (1) model uchun ikkinchi tartibli Γ_2 Keli daraxtida uchtagacha translatsion-invariant Gibbs o‘lchoviga ega bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Rozikov U.A. and Eshkabilov Yu.Kh. On models with uncountable set of spin values on a Cayley tree: Integral equations //Math. Phys. Anal. Geom. 2010, №13. P. 275-286.
2. Eshkabilov Yu.Kh., Haydarov F.H., Rozikov U.A. Non-uniqueness of Gibbs measure for models with uncountable set of spin values on a Cayley Tree //

J.Stat.Phys. 2012. №147. P.779-794.

3. Eshkabilov Yu.Kh., Haydarov F.H., Rozikov U.A. Uniqueness of Gibbs measure for models with uncountable set of spin values on a Cayley tree. // Math. Phys. Anal. Geom. 2013. 16(1). P.1-17.

4. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D., Haydarov F.H. Positive fixed points of quadratic operators and Gibbs Measures // Positivity. 2016. 20(4). P. 929-943.

5. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. Positive Fixed Points of Cubic Operators on $\square^2$ and Gibbs Measures // Journal of Siberian Federal University. Mathematics Physics. 2019. 12(6). P.663-673.

6. Eshkabilov Yu.Kh., Nodirov Sh.D. On the positive fixed points of quartic operators // Bulletin of the Institute of Mathematics. 2020. № 3. P. 27-36.